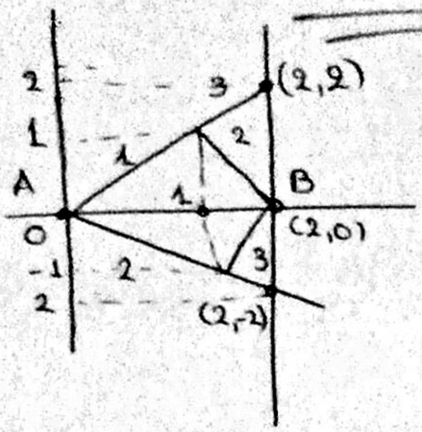
Ασκήσεις (φυλ 2)

1|



Ορίζω $f(x,y)$ το ελάχιστο αναμενόμενο κόστος από τον κόμβο (x,y) στην ευθεία B

Εντολές: αν μας ακούσει: $f(0,0)$ αν πάει αριστερά $\Rightarrow$ $f(1,1)$ δεξιά
αν δεν μας ακούσει: $f(0,0)$ δεξιά $\Rightarrow$ $f(1,-1)$ δεξιά

Οι Εντολές!

αναδρομική σχέση

να κινηθεί αριστερά

$$f(x,y)=\min\{p(a(x,y)+f(x+1,y+1))+(1-p)[q(\delta(x,y)+f(x+1,y+1))+(1-q)(\mu+f(x,y))],$$
$$p(\delta(x,y)+f(x+1,y+1))+(1-p)[q(a(x,y)+f(x+1,y+1))+(1-q)(\mu+f(x,y))]\}$$

να κινηθεί δεξιά

οριακές συνθήκες: $f(2,2)=f(2,0)=f(2,-2)=0$

$$f(1,1)=\min\left\{\frac{2}{3}(3+0)+\frac{1}{3}\left[\frac{1}{4}(2+0)+\frac{3}{4}(3+f(1,1))\right],\ \frac{2}{3}(2+0)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}(3+0)+\frac{3}{4}(3+f(1,1)\right)\right\}=\min\left\{\frac{35}{12}+\frac{f(1,1)}{4},\ \frac{28}{12}+\frac{f(1,1)}{4}\right\}$$

$$=\frac{28}{12}+\frac{f(1,1)}{4} \quad \boxed{(\text{δεξιά})}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{f(1,1)=28/9}$$

$$f(1,-1)=\min\left\{\frac{2}{3}(3+0)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}(2+0)+\frac{3}{4}(3+f(1,-1))\right),\ \frac{2}{3}(2+0)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}(3+0)+\frac{3}{4}(3+f(1,-1)\right)\right\} \Rightarrow \boxed{f(1,-1)=\frac{28}{9}} \quad \boxed{(\text{δεξια})}$$

$$f(0,0)=\min\left\{\frac{2}{3}\left(1+\frac{28}{9}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\left(2+\frac{28}{9}\right)+\frac{3}{4}(3+f(0,0))\right),\ \frac{2}{3}\left(2+\frac{28}{9}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\left(1+\frac{28}{9}\right)+\frac{3}{4}(3+f(0,0))\right)\right\}$$

$$=\min\left\{\frac{47}{12}+\frac{1}{4}f(0,0),\ \frac{19}{4}+\frac{1}{4}f(0,0)\right\}=\frac{47}{12}+\frac{1}{4}f(0,0)$$

$$\Rightarrow \boxed{f(0,0)=47/9} \quad \boxed{(\text{αριστερά})}$$

□

2) Ορίζω $f(A(j))$ να είναι μέγιστη αναμενόμενη βαθμολογία που μπορεί να πετύχει ο στόχος, αν έχουν απομείνει για να ρίξει οι j σε πλήθος στόχοι των συνόλων $A(j)$.

30%

$$f(A(j)) = \max_{i \in A(j)} \{\Theta_{i,5-j} k_i + (1-\Theta_{i,5-j}) f(A(j) - \{i\})\}$$

$\longrightarrow$ αναδρομική σχέση

Οι οριακές συνθήκες

$$f(\{j\}) = \Theta_{j,4} k_j + (1-\Theta_{j,4}) \cdot 0 = \Theta_{j4} k_j \qquad j=1,2,3,4$$

Για $j=1$

$f(\{1\}) = \Theta_{14} k_1 = 0{,}2 \cdot 6 = 1{,}2$
$f(\{2\}) = \Theta_{24} k_2 = 0{,}3 \cdot 8 = 2{,}4$
$f(\{3\}) = \Theta_{34} k_3 = 0{,}4 \cdot 10 = 4$
$f(\{4\}) = \Theta_{44} k_4 = 0{,}2 \cdot 12 = 2{,}4$

Για $j=2$

$f\{(1,2)\} = \max\{\Theta_{13}k_1 + (1-\Theta_{13}) f(\{2\}), \Theta_{23}k_2 + (1-\Theta_{23}) f\{1\}\}$
$= \max\{0{,}2 \times 6 + 0{,}8 \times 2{,}4,\ 0{,}4 \times 8 + 0{,}6 \times 1{,}2\}$
$= \max\{3{,}12,\ 3{,}92\} = 3{,}92$

$f\{(1,3)\} = \max\{\Theta_{13}k_1 + (1-\Theta_{13}) f(\{3\}), \Theta_{33}k_3 + (1-\Theta_{33}) f\{1\}\}$
$= \max\{4{,}4,\ 5{,}6\} = 5{,}6$

$f\{(1,4)\} = \max\{\Theta_{13}k_1 + (1-\Theta_{13}) f(\{4\}), \Theta_{43}k_3 + (1-\Theta_{43}) f\{1\}\}$
$= \max\{3{,}12,\ 5{,}52\} = 5{,}52$

$f\{(2,3)\} = \max\{\Theta_{23}k_2 + (1-\Theta_{23}) f(\{3\}), \Theta_{33}k_3 + (1-\Theta_{33}) f\{2\}\}$
$= \max\{5{,}6,\ 6{,}2\} = 6{,}2$

$f\{(2,4)\} = \max\{\Theta_{23}k_2 + (1-\Theta_{23}) f\{4\}, \Theta_{43}k_4 + (1-\Theta_{43}) f\{2\}\}$
$= \max\{4{,}64,\ 6{,}24\} = 6{,}24$

$f\{(3,4)\} = \max\{\Theta_{33}k_3 + (1-\Theta_{33}) f\{4\}, \Theta_{43}k_4 + (1-\Theta_{43}) f\{3\}\}$
$= \max\{6{,}2,\ 7{,}2\} = 7{,}2$

για $j=3$

$$\Delta(\{1,2,3\}) = \max\{\theta_{12}k_1 + (1-\theta_{12})\Delta\{2,3\}, \theta_{22}k_2 + (1-\theta_{22})\Delta\{1,3\}, \theta_{32}k_3 + (1-\theta_{32})\Delta\{1,2\}\}$$

$$= \max\{6{,}12, 7{,}28, 5{,}13\} = 7{,}28$$

$$\Delta(\{1,2,4\}) = \max\{\theta_{12}k_1 + (1-\theta_{12})\Delta\{2,4\}, \theta_{22}k_2 + (1-\theta_{22})\cdot\Delta\{1,4\}, \theta_{42}k_4 + (1-\theta_{42})\Delta\{1,2\}\} = \max\{6{,}14, 7{,}26, 7{,}15\}$$

$$= 7{,}26$$

$$\Delta(\{1,3,4\}) = \max\{\theta_{12}k_1 + (1-\theta_{12})\Delta\{3,4\}, \theta_{32}k_3 + (1-\theta_{32})\Delta\{1,4\}, \theta_{42}k_4 + (1-\theta_{42})\Delta\{1,3\}\}$$

$$= \max\{6{,}72, 6{,}47, 7{,}52\} = 7{,}52$$

$$\Delta(\{2,3,4\}) = \max\{\theta_{22}k_2 + (1-\theta_{22})\Delta\{3,4\}, \theta_{32}k_3 + (1-\theta_{32})\Delta\{2,4\}, \theta_{42}k_4 + (1-\theta_{42})\Delta\{2,3\}\}$$

$$= \max\{7{,}72, 6{,}99, 7{,}94\} = 7{,}94$$

για $j=4$

$$\Delta(\{1,2,3,4\}) = \max\{\theta_{11}k_1 + (1-\theta_{11})\Delta\{2,3,4\}, \theta_{21}k_2 + (1-\theta_{21})\cdot\Delta\{1,3,4\}, \theta_{31}k_3 + (1-\theta_{31})\Delta\{1,2,4\}, \theta_{41}k_4 + (1-\theta_{41})\Delta\{1,2,3\}\}$$

$$= \max\{6{,}78, 7{,}80, 8{,}63, 9{,}17\} = 9{,}17$$

Βέλτιστη πολιτική

ρίχνω στον 4, αν δεν τον πετύχω πάω στο $\Delta\{1,2,3\}$ ρίχνω στον 2 αν τον πετύχω κερδίζω 7,28, αν δεν τον πετύχω πάω στο $\{3,4\}$ και μένει ένας μόνος στο τέλος ο 1.

$\square$

3) $\Phi_i(x)$ είναι το αναμενόμενο κέρδος αν δοθούν x_i μηχανές στο συνεργείο της πόλης i, το μέγιστο αναμενο κέρδος αν δοθούν x μηχανές στο συνεργείο των πόλεων, $i, i+1, n$.

<u>αναδρομική σχέση</u>

$$f_i(x) = \max_{x_i}\{\Phi_i(x) + f_{i+1}(x - x_i)\} \quad i=1,2$$

πρέπει να ισχύει $p_{13}+p_{23}+p_{33}=1$

$f_3(x) = \Phi_3(x)$, $\Phi_3(0)=0$

- $\Phi_3(1) = p_{13}220 + p_{23}220 + p_{33}220$
$= 220(p_{13}+p_{23}+p_{33}) \Longrightarrow \Phi_3(1) = 220$ <u>σχόλιο!</u>

- $\Phi_3(2) = p_{13}220 + p_{23}440 + 440p_{33} = 330$
$\Phi_3(3) = p_{13}220 + p_{23}440 + 660p_{33} = 352$

$$\boxed{\Phi_3(x) = 352 \quad x>3}$$

- $\Phi_2(0)=0$, $\Phi_2(1)=220$, $\Phi_2(2)=352$, $\Phi_2(3)=396$
$\Phi_2(4)=418$

$$\boxed{\Phi_2(x)=\Phi_2(4) \quad x>4}$$

- $\Phi_1(0)=0$, $\Phi_1(2)=260$, $\Phi_2(2)=570$, $\Phi_1(4)=730$, $\Phi_1(5)=850$
$\Phi_1(6)=910$, $\Phi_1(7)=930$

$$\boxed{\Phi_1(x) = \Phi_1(7) = 930 \quad x>7}$$

- <u>για $i=2$</u>

$f_2(0)=0$

$f_2(1) = \max\{\Phi_2(0)+f_3(1), \Phi_2(1)+f_3(0)\} = \max\{220, 200\} = 220$

$f_2(2) = \max\{\Phi_2(0)+f_3(2), \Phi_2(1)+f_3(1), \Phi_2(2)+f_3(0)\} =$
$= \max\{930, 530, 352\} = 930$

$f_2(3) = \max\{\Phi_2(0)+f_3(3), \Phi_2(1)+f_3(2), \Phi_2(2)+f_3(1), \Phi_2(3)+f_3(0)\}$
$= \max\{352, 550, 572, 396\} = 572$

$f_2(4) = \max\{\Phi_2(0)+f_3(4), \Phi_2(1)+f_3(3), \Phi_2(2)+f_3(2), \Phi_2(3)+f_3(1)$
$\Phi_2(4)+f_3(0)\} = \max\{352, 572, 682, 616, 418\} = 682$

$f_2(5) = \max\{392, 572, 764, 726, 638, 418\} = 726$

$f_2(6) = \max\{352, 572, 704, 748, 748, 638, 418\} = 748$

$f_2(7) = \max\{352, 972, 704, 748, 770, 748, 638, 418\} =$
$= 770$

$$\boxed{f_2(x) = f_2(7) \quad x \geq 7 \;\; \& \;\; x \leq 9}$$

<u>για i=1</u>

$f_1(9) = \max\{\phi_1(0) + f_2(9), \ldots, \phi_1(9) + f_2(9)\}$
$= \max\{770, 970, 1160, 1144, 1456, 1532, 1482, 1370, 1150, 930\}$
$= \underline{1532} \qquad \phi_1(5) + f_2(4)$

<u>Βέλτιστη πολιτική</u>: 5 Θεσσαλονίκη 2 Λάρισα 2 Καβάλα

□

4]

Φάσεις: είναι τα παιχνίδια
Κατάσταση πόσο € έχω

Παίζω μόνο ακέραιες τιμές

<u>Παρατήρηση</u> !

<u>Σχόλιο</u> !

$f_n(\$, x_n) \Rightarrow$ χρήματα που θα παίξω δοθέντος ότι έχω \$ χρήματα.

$f_n^*(\$) = \max f_n(\$, x_n)$ με $x_n = 0, 1, \ldots \$$

<u>αναδρομική σχέση</u>

$$f_n(\$, x_n) = \frac{1}{3} f_{n+1}^*(\$ - x_n) + \frac{2}{3}(\$ + x_n)$$

$f_4^*(\$) = 0$, για $\$ < 5$
$f_4^*(5) = 1$, για $\$ \geq 5$

<u>Βέλτιστο</u>: $$\boxed{f_n^*(\$) = \max\left\{\frac{1}{3} f_{n+1}^*(\$ - x_n) + \frac{2}{3} f_{n+1}^*(\$ + x_n)\right\} \quad x_n = 0, 1, \ldots \$}$$

• <u>n=3</u> <u>είναι στο τελευταίο παιχνίδι</u>

$\$$	$f_3(j)$	x_3^*
0	0	-
1	0	-
2	0	-
3	2/3	2 ή 3
4	2/3	1 ή περισσότερα
≥5	1	0 ή αν έχω πχ 6 μονάδες μπορώ να ποντάρω μια μονάδα και θα μείνουν 5

$\underline{n=2}$ $\boxed{f_2(s, x_n) = \frac{1}{3} f_3^*(s - x_2) + \frac{2}{3}(s + x_2)}$

$s \backslash x_2$	0	1	2	3	4	$f_2^*(s)$	x_2^*
0	0	-	-	-	-	0	-
1	0	0	-	-	-	0	-
2	0	4/9	4/9			4/9	1 ή 2
3	2/3	4/8	2/3	2/3		2/3	0, 2, 3
4	2/3	8/9	2/3	2/3	2/3	8/9	2
≥ 5	1					1	0

$\underline{n=1}$ $\boxed{f_1(s, x_1) = \frac{1}{3} f_2^*(s - x_1) + \frac{2}{3} f_2^*(s + x_1)}$

$s \backslash x_1$	0	1	2	3	$f_1^*(s)$	x_1^*
3	$\frac{2}{3}$	$\frac{20}{27}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{20}{27}$	1

Πολιτική που θα παίζει:

$x_1^* = 1 =$ {

1, αν κερδίσει πάει στο 4 => $x_2^* = 1 =$ {
- αν κερδίσει πάει στο 5 => $x_3^* = 0$
- αν χάσει πάει στο 3 => $x_3^* = 2$ ή περισσότερα

αν χάσει πάει στο 2 => $x_1^* = 1$ ή 2 =>

=> {
- $x_2^* = 1$ αν κερδίσει πάει στο 3 οπότε $x_3^* = 2$ ή περισσότερα
- $x_2^* = 2$ αν κερδίσει πάει στο 4 οπότε $x_3^* = 1$ ή περισσότερα
- αν χάσει έχει χάσει το παιχνίδι

5]

↱ η πιθανότητα να κοπεί η λειτουργία ?

P (να διακοπεί η λειτουργία) = P(πτώση 1 ∩ πτώση 2 ∩ πτώση 3)

= P(πτώση 1) + P(πτώση 2) + P(πτώση 3)

n = φάσεις

x_n = ο αριθμός γεννητριών που αντικαθιστώνται στο υποσύστημα n

s_i = ο συνολικός αριθμός γεννητριών από i έως n

$P_i(x_i)$ = η πιθανότητα πτώσης του υποσυστήματος i όταν εγκατασταθούν σε αυτό x_i γεννήτριες

$f_i^*(\$_i)$ = η ελάχιστη πιθανότητα πτώσης για τα υποσυστήματα i έως n.

$$\boxed{f_i^*(\$_i) = \min_{0 \le x_i \le \$_i} P_i(x_i)\, f_{i+1}(\$_i - x_i)}$$

$f_0^*(\$_3) = P_3(\$_3)$

$\$_3$	$f_3^*(\$_3)$	x_3^*
0	1	0
1	0,5	1
2	0,2	2
3	0,10	3
4	0,05	4
5	0,01	5

$S_2 \backslash x_2$	0	1	2	3	$f_2^*(\$_2)$	x_2^*
0	1x1	–	–	–	1	0
1	1x0,5	0,4x1	–	–	0,4	1
2	1x0,2	0,4x0,5	0,15x1	–	0,15	2
3	1x0,1	0,4x0,2	0,15x0,5	0,08x1	0,075	2
4	1x0,05	0,4x0,1	0,15x0,2	0,08x0,5	0,03	2
5	1x0,01	0,4x0,05	0,15x0,1	0,08x0,2	0,01	0

	4	5
4	0,04x1	–
5	0,04x0,5	0,02x1

$$\boxed{f_1(s_1) = P_1(x_1)\, f_2^*(s_1 - x_1)}$$

$s_1 \backslash x_1$	0	1	2	3	4	5	$f_1^*(s_1)$	x_1^*
5	1x0,01 =0,01	0,3 x 0,03 =0,009	0,08x 0,075 =0,006	0,04x0,15=0,006	0,02x 0,4=0,008	0,01x1=0,01	0,006	2ή3

Για την άσκηση 6

$$\max \prod_{i=1}^{N} y_i \qquad y_1 + y_2 + \dots + y_N = q \qquad q > 0$$

$y_1 + y_2 = x \Rightarrow y_1 = x - y_2$

$y_1 \times y_2 = y_2(x - y_2)$

το προχωρώ μέχρι να βρω την αναδρομική σχέση.

Σκεπτικό

αυτές τις ασκήσεις που κάνει έτσι θα είναι και τα θέματα

Σχόλιο